EVOLUȚIA VIRUSULUI OMICRON ŞI A VIRUSULUI GRIPAL ÎN MOLDOVA

Elvira NAVAL, Doctor, Conferenţiar Cercetător,
Institutul de Matematică şi Informatică
"Vladimir Andrunachievici", Moldova
https://orcid.org/0000-0002-3814-8989, elvira.naval@math.md

DOI: https://doi.org/10.36004/nier.cecg.IV.2023.17.18

Abstract*. New strain Omicron of the Coronavirus infection together with influenza virus is more contagious than only Omicron by itself. While numbers of lethal cases are less than earlier, life of the human is threatened, especially, in case of the children of an early age. Pontryagin Maximum Principle will be applied to the dynamic modeling of Omicron and Influenza virus in order to determine optimal solution aimed to minimize the number of infected population and control measures.*
Keywords: *Omicron, Influenza virus, Pontryagin Maximum Principle, dynamic modeling, optimal solution*
JEL: *C61, C68, I10*
UDC: *519.87:614*

Introducere. Ţinând cont de situaţia epidemiologică cu privire la afectarea populaţiei cu virusul OMICRON-19 în ambianţă cu Virusul Gripal, se presupune oportun examinarea dinamicii răspândirii acestor viruşi cu scopul de a minimiza numărul celor infectaţi.

Trecerea în revistă a literaturii. Problema în cauză este pe larg discutată şi examinată la nivel mondial, mai puțin la scară națională. De menţionat, cercetările savanţilor chinezi (Yang, Zeng, Wang, Wong, Liang, Zanin et al., 2020).

Metodologia de cercetare. Pentru soluționarea problemei enunțate a fost aplicat Principiul de Maximum Pontryagin (Pontryagin, 2018) şi teoria optimizării dinamice (Kamien & Schwartz, 1991).

Rezultatele de bază. Se va examina modelul elaborat în (Cui, Hu, Li, Han, Teng & Qian, 2020) și adaptat la rigorile economice şi sociale ale Republicii Moldova. În continuare se va formula problema dinamică cu privire la răspândirea virusului OMICRON-19 şi a Virusului Gripal. În acest scop populaţia se separă în şapte compartimente. S – populaţia suspectă fiind infectată cu COVID-19 sau cu virusul gripal, E – populaţia infectată, dar fără simptome tipice de infecţie, I – populaţia infectată, R – populaţia recuperată, Q – populaţia suspectă plasată în carantină, Q_E – populaţia expusă riscului, plasată în carantină, Q_I – populaţia infectată, plasată în carantină.

Se va formula problema de control optimal utilizând modelul de răspândire al virusului Omicron şi a virusului gripal concomitent.

Se formulează modelul dinamic de răspândire a virusului Covid-19 de tip Omicron urmat de virusul gripal folosind aparatul controlului optimal:

$$
\begin{aligned}
&\dot{S} = -\beta_1(I+\beta_2 E)S + \alpha Q_S - u_1 S \\
&\dot{E} = \beta_1(I+\beta_2 E)S - \upsilon_1 E - u_2 E \\
&\dot{I} = \upsilon_1 E - u_3 I - \gamma_1 I - \delta_1 I \\
&\dot{R} = \gamma_1 II + \gamma_1 Q_1 \\
&\dot{Q}_S = u_1 S - \alpha Q_S - \sigma Q_S \\
&\dot{Q}_E = u_2 E + \sigma Q_S - \upsilon_2 Q_E \\
&\dot{Q}_T = u_3 I + \upsilon_2 Q_E - \gamma_2 Q_I - \delta_2 Q_I
\end{aligned}
\tag{1}
$$

iar condiţiile iniţiale fiind: $S(0) \geq 0,\ E(0) \geq 0\ , I(0) \geq 0\ , R(0) \geq 0\ ,$ $Q_S(0) \geq 0\ , Q_E(0) \geq 0\ , Q_I(0) \geq 0$..

Variabilele de control sunt :

1. $u_1(t)$ - Variabila de control al eficacităţii plasării în carantină al populaţiei suspectate.
2. $u_2(t)$ - Variabila de control al eficacităţii plasării în carantină al populaţiei expuse riscului de infectare.
3. $u_3(t)$ - Variabila de control al eficacităţii plasării în carantină al populaţiei infectate.

Obiectivul problemei de control optimal constă în reducerea numărului populaţiei infectate şi reducerea restricţiilor. Funcţionalul problemei de control optimal în baza modelului (2) ia forma :

$J(u_1,u_2,u_3) = \min \int_0^T \left[K_1 I + {}^{K_2}\!/_2\, u_1^2(t) + {}^{K_3}\!/_2\, u_1^3(t) + {}^{K_4}\!/_2\, u_1^4(t) \right] dt$ supus restricţiilor (2) şi condiţiile iniţiale $S(0) \geq 0, E(0) \geq 0\ , I(0) \geq 0\ ,\ \ R(0) \geq 0\ ,\ \ Q_S(0) \geq 0\ , Q_E(0) \geq 0\ , Q_I(0) \geq 0$.. Ponderea celor infectaţi K_1 şi ponderea eficacităţilor u_1, u_2, u_3 fiind K_2, K_3, K_4, respectiv. Deci, funcţia obiectiv are drept scop minimizarea numărului persoanelor infectate şi minimizarea costurilor instrumentelor de control. Prin urmare, funcţiile de control (u_1^*, u_2^*, u_3^*) vor asigura minimul funcţionalului obiectiv

$$
J(u_1^*, u_2^*, u_3^*) = \min_{u_1, u_2, u} \int_0^T \left[K_1 I + {}^{K_2}\!/_2\, u_1^2(t) + {}^{K_3}\!/_2\, u_1^3(t) + {}^{K_4}\!/_2\, u_1^4(t) \right] dt
$$

(2)

iar funcţiile de control sunt măsurabile în sensul Lebesque pe [0,T] şi $0 \leq u_i \leq 1,\ i = 1,2,3$.

Condițiile de optimalitate. Pentru a găsi soluția optimă, se va purcede la determinarea Lagrangianului şi Hamiltonianului care sunt asociaţi cu problema de control optimal formulată anterior. Fie că $x = S, E, I, R, Q_S, Q_E, Q_I$ este vectorul variabilelor de stare, iar $u = u_1, u_2, u_3$ este vectorul de control.

Funcţia Lagrange este definită ca:

$$L(x,u) = K_1 I + {}^{K_2}\!/_{2}\, u_1^2(t) + {}^{K_3}\!/_{2}\, u_2^2(t) + {}^{K_4}\!/_{2}\, u_3^2(t)$$

iar funcţia Hamilton este după cum urmează:

$$H(x,u,\lambda) = K_1 I + {}^{K_2}\!/_{2}\, u_1^2(t) + {}^{K_3}\!/_{2}\, u_2^2(t) + {}^{K_4}\!/_{2}\, u_3^2(t) +$$

(3)

$$\lambda_1(\dot{S}) + \lambda_2(\dot{E}) + \lambda_3(\dot{I}) + \lambda_4(\dot{K}) + \lambda_5(\dot{Q}_S) + \lambda_6(\dot{Q}_E) + \lambda_7(\dot{Q}_I)$$

aici $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ sunt variabilele conjugate care satisfac condiţiilor:

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1(\beta_1 I + u_1 + \beta_1\beta_2 E) - \lambda_2((\beta_1 I + u_1 + \beta_1\beta_2 E)) - \lambda_5 u_1$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{\partial H}{\partial E} = \lambda_2(\nu_1 + u_2 - \beta_1\beta_2 S) + \lambda_1\beta_1\beta_2 S - \lambda_3\nu_1 - \lambda_6 u_2$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt} = \frac{\partial H}{\partial I} = -K_1 + \lambda_3(\gamma_1 + \delta + u_3) + \beta_1 S)(\lambda_1 - \lambda_2) - \lambda_4\gamma_1 - \lambda_7 u_3$$

(4)

$$\frac{d\lambda_4}{dt} = \frac{\partial H}{\partial R} = 0$$

$$\frac{d\lambda_5}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Q_S} = (\alpha + \sigma)\lambda_5 - \alpha\lambda_1 - \sigma\lambda_6$$

$$\frac{d\lambda_6}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Q_E} = \nu_2(\lambda_6 - \lambda_7)$$

$$\frac{d\lambda_7}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Q_I} = \lambda_7(\gamma_2 + \delta_2) - \lambda_4\gamma_2$$

Condiţiile la limită (transversale) [] fiind:

$$\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = \lambda_5(T) = \lambda_6(T) = \lambda_7(T) = 0.$$

Variabilele conjugate vor minimiza variabilele de stare în conformitate cu funcţia de stare. Iar variabilele optimale de control

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = -S\lambda_1 + S\lambda_5 + K_2 u_1 = 0 \to u_1^* = \frac{S(\lambda_1 - \lambda_5)}{K_2}$$

dat fiind $u_1 = u_1^*$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = -E\lambda_2 + E\lambda_6 + K_3 u_2 = 0 \to u_2^* = \frac{E(\lambda_2 - \lambda_6)}{K_3}$$

(5)

dat fiind $u_2 = u_2^*$

$$\frac{\partial H}{\partial u_3} = -I\lambda_3 + I\lambda_1 + K4_3 u_3 = 0 \to u_3^* = I\,\frac{E(\lambda_3 - \lambda_1)}{K_4}$$

Deoarece $0 \le u_1 \le 1, 0 \le u_2 \le 1, 0 \le u_3 \le 1,$ obţinem:

$$u_1^* = \max\left\{\left(\frac{S(\lambda_1 - \lambda_5)}{K_2}, 1\right)\right\}$$

$$u_2^* = \max\left\{\left(\frac{E(\lambda_2 - \lambda_6)}{K_3}, 1\right)\right\}$$

(6)

$$u_3^* = \max\left\{\left(\frac{I(\lambda_3 - \lambda_7)}{K_4}, 1\right)\right\}.$$

Utilizând datele iniţiale, în conformitate cu (1) se calculează variabilele de stare $S, E, I, R, Q_S, Q_E, Q_I$, apoi folosind (4-5) se vor calcula calcula valorile optime ale funcțiilor de control u_1^*, u_2^*, u_3^*.

Tabelul 1. **Date iniţiale**

Indicator	**Descrierea indicatorului**	**Valoarea**	**Sursa**
S0	Populaţia suspectată	2597100	(MS*, 2023)
E0	Populaţia supusă riscului de îmbolnăvire	1791999	(MS, 2023)
I0	Populaţia infectată	1139+500	(MS, 2023)
R0	Populaţia recuperată	165	(MS, 2023)
Qs0	Valoarea iniţială pentru cei suspectaţi în carantină	45	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
Qi0	Valoarea iniţială pentru cei expuşi în carantină	110810	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
Ql0	Valoarea iniţială pentru cei infectaţi în carantină	1460	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
β_1	Rata de infectare prin contact	$2.06 \text{x} 10^{-7}$	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
β_2	Rata de infectare prin contact	0.63	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
v_1	Rata de transfer de la cei expuşi la cei infectaţi	0.13	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
v_2	Rata de transfer de la cei expuşi în carantină la cei infectaţi în carantină	0.13	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
γ_1	Rata de transfer de la cei infectaţi spre cei recuperaţi	0.154	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
γ_2	Rata de transfer de la cei infectaţi din carantină spre cei recuperaţi	0.16	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
δ_1	Rata mortalităţii din cauza COVID-19	0.002789	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
δ_2	Rata mortalităţii din cauza COVID-19	0.002789	(Cao, Jiang & Zhao, 2020)
α	Rata de transfer celor din carantină suspectaţi spre cei suspectaţi	0.2	Potrivit

δ	Rata de transfer celor din carantină suspectați spre cei carantină	0.3	Potrivit
K_1	Ponderea relativă a celor infectați	1	Potrivit
K_2	Ponderea relativă a controlului u_1	1	Potrivit
K_3	Ponderea relativă a controlului u_2	1	Potrivit
K_4	Ponderea relativă a controlului u_3	1	Potrivit

MS* - Ministerul Sănătăţii

Sursa: Elaborat de autor

Concluzii. În articolul prezentat s-a examinat problema evoluţiei virusului OMICRON - 19 urmat de virusul gripal în Moldova. Modelul dinamic elaborat în (Yang, Zeng, Wang, Wong, Liang, Zanin et al., 2020) a fost adaptat la realităţile sistemului de sănătate şi asigurat cu date necesare. O analiză aprofundată urmează a fi efectuată luând în calcul ultimele evenimente, ce au loc în ţară.

REFERINȚE BIBLIOGRAFICE

Cao, J., Jiang, X., & Zhao, B. (2020). Epidemic prediction of COVID-19. *Journal of Biomedical Research & Innovation, 1*(1), 103. https://www.yumedtext.com/files/publish/published-pdf--6-JBMRI-103.pdf

Cui, Q., Hu, Z., Li, J., Han, Y., Teng, Z., & Qian, J. (2020). Dynamic variations of the COVID-19 disease at different quarantine strategies in Wuhan and Mainland China. *Journal of Infection and Public Health*, *13*(6), 849-855. https://doi.org/10.1016/j.jiph

Kamien, M. I., & Schwartz, N. L. (1991). *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co.

Ministerul Sănătății al Republicii Moldova (MS). (2023). https://ms.gov.md/

Pontryagin, S. (2018). *Mathematical Theory of Optimal Processes*. Routledge

Yang, Z., Zeng, Z., Wang, K., Wong, S-S., Liang, W., Zanin, M. Liu, P., Cao, X., Gao, Z., Mai, Z., Liang, J., Liu, X., Li, S., Li, Y., Ye, F., Guan, W., Yang, Y., Li, F., Luo, S., & He, J. (2020). Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions. *Journal of Thoracic Disease*, *12*(3), 165-174. https://doi.org/10.21037/jtd.2020.02.64